Grandezze fisiche dei moti in pressione - flussi.

Definiamo:

- velocità media:

$$U = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} u \, d\Omega$$

- portata volumetrica:

$$Q = \int u \, d\Omega = U \cdot \Omega$$

- portata massica:

$$F_m = \int_{\Omega} \rho u \, d\Omega \xRightarrow[\text{sulla sezione}]{\rho = cost} F_m = \rho \int u \, d\Omega = \rho Q$$

- flusso della quantità di moto:

$$F_R = \rho \int_{\Omega} u^2 d\Omega = \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^2 d\Omega - \int_{\Omega} U^2 d\Omega + 2 \int_{\Omega} u U \, d\Omega \right] =$$

$$= \rho \left[\int (u-U)^2 d\Omega - U^2 \int_{\Omega} d\Omega + 2U \int_{\Omega} u \, d\Omega \right] =$$

$$= \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^2 d\Omega - U^2 \Omega + 2UQ \right] = \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^2 d\Omega - UQ + 2QU \right] =$$

$$= \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^2 d\Omega + QU \right] = \rho Q U \left[1 + \frac{1}{QU} \int_{\Omega} (u-U)^2 d\Omega \right] =$$

$$= \rho Q U \left(1 + \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{(u-U)^2}{U^2} d\Omega \right) = \rho Q U \beta$$

β è il coefficiente di ragguaglio della quantità di moto. Vale 1,33 per i moti laminari, 1,04 ÷ 1,05 per quelli turbolenti. Perciò per i moti turbolenti possiamo dire:

$$F_R = \rho \cdot Q \cdot U$$

- flusso dell'energia cinetica:

$$E_{CIN} = \int \frac{1}{2} \rho u^3 d\Omega = \frac{1}{2} \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^3 d\Omega + U^3 \Omega + 3U \int_{\Omega} u^2 d\Omega - 3U^2 \int_{\Omega} u \, d\Omega \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^3 d\Omega + U^3 \Omega + 3 U Q U \beta - 3U^2 Q \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^3 d\Omega + U^3 \Omega - 3U^3 \Omega + 3U^3 \Omega \beta \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \rho \left[\int_{\Omega} (u-U)^3 d\Omega - 2U^3 \Omega + 3U^3 \Omega \beta \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \rho Q U^2 \left[\frac{1}{Q U^2} \int_{\Omega} (u-U)^3 d\Omega + 3\beta - 2 \right] = \frac{1}{2} \rho Q U^2 \alpha$$

L'integrale tende a zero $\Rightarrow \alpha \simeq 3\beta - 2 \simeq 1$ se $\beta \simeq 1$. Allora:

$$E_{CIN} = \frac{1}{2} \rho Q U^2$$

Grandezze fisiche del moto in pressione - carichi

Se la sezione di fluido in pressione è strettamente unidirezionale la distribuzione della pressione è idrostatica.

Perciò con buona approssimazione vale:

- per il carico piezometrico:

$$h = \frac{p}{\gamma} + z = -\frac{\gamma y}{\gamma} + z = z - y$$

- per il carico totale, partendo dal flusso totale:

$$E_T = \rho \int_{\Omega} \left(g h + \frac{u^2}{2} \right) d\Omega = \rho \int_{\Omega} \left(\frac{p}{\rho} + g z + \frac{u^2}{2} \right) d\Omega =$$

$$= \rho g h \Omega + \frac{1}{2} \alpha \rho \Omega U^2$$

Perciò il carico totale risulta:

$$H = \frac{E_T}{\rho g \Omega} = h + \frac{1}{2} \frac{U^2}{2g}$$